



質能互換

在一九〇五年九月時，愛因斯坦寫信給他的好友，輕鬆地談起自己完成的一項科學突破：

電動力學的論文有另一個結果湧上我心頭，那就是相對性原理與馬克士威方程式，要求質量為物體所含能量的直接表現。光會攜帶質量，以鐳為例，應可看到質量會減少。這個想法很有意思，也很吸引人，但是就我所知，上帝可能會嘲笑整件事，把我引入歧途。【註一】

這篇論文題為〈物體慣性與所含能量相關嗎？〉(Does the Inertia of a Body Depend upon its Energy-Content?)，於一九〇五年九月二十七日寄到了當時的期刊《物理學年鑑》。在這短短三頁的論文中，愛因斯坦寫到：「物體的質量，可視為其所含能量的一種衡量。」簡言之，這短文的結論，也正是科學界最出名的式子

$$E = mc^2 \quad (1)$$

物體的能量 E 與其質量 m ，這兩個截然不同的概念，居然能以光速 c 連結，乃為同一個物理量的不同面向而已。

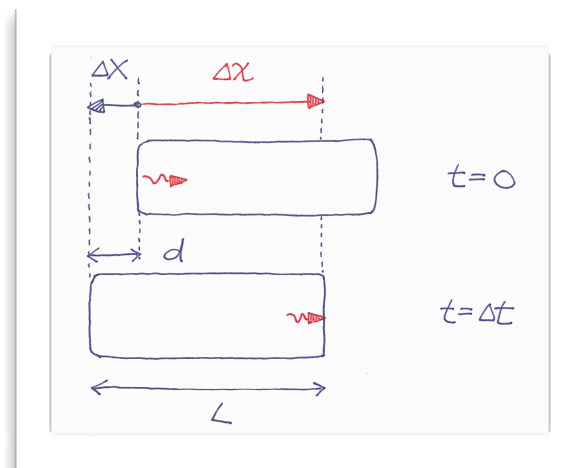


圖1 思考實驗的盒子與光束

讓我們稍稍簡化原先論文中的計算，來了解這個公式如何浮現的。根據近代的量子理論，光可被視為帶有能量 E 與動量 p 的粒子，稱為光子。光子的能量與其頻率 f 成正比，而動量則與其波長 λ 成反比

$$\begin{aligned} E &= hf \\ p &= \frac{h}{\lambda} \end{aligned} \quad (2)$$



上式中 h 即為普朗克常數。由於頻率與波長的乘積等於波速 $f\lambda = c$ ，所以光子的能量與動量滿足 $E = pc$ 的關係。既然光具有能量，也帶有動量，那麼是否也應具有等效的質量呢？讓我們來進行一個思考實驗，如圖1所示，一個長度為 L 的盒子，原先處於靜止狀態。在時間 $t = 0$ 時，向右放出一束光，此時盒子的質量為 M 。由於無外力作用，系統滿足動量守恆定律，若這束光攜有動量 p ，則盒子的動量為 $-p$ ，所以系統總動量仍為零。在時間 $t = \Delta t$ 時，光束抵達盒子的右端，被吸收後，整個系統又恢復靜止的狀態。

從圖中可以看出，在時距 Δt 內，盒子的位移為 $\Delta X = -d$ ，而光束的位移則為 $\Delta x = L - d$ ，故可得到下面的關係式

$$\begin{aligned}\frac{P}{M} \Delta t &= d \\ c \Delta t &= L - d\end{aligned}$$

將兩式相除以消去時距 Δt ，並利用 $E = pc$ 的關係，即可得到盒子與光束移動距離的比例

$$\frac{d}{L - d} = \frac{E}{Mc^2} \quad (2)$$

假設此光束的等效質量為 m ，則此思考實驗與本章第六節所討論的人船系統相似。由於系統一開始處於靜止狀態，在無外力的情形下，質心的位置不變，也就是說兩者的位移滿足

$$M \Delta X + m \Delta x = 0$$

由此我們亦可得出盒子與光束移動距離的比例

$$\frac{d}{L - d} = \frac{-\Delta X}{\Delta x} = \frac{m}{M} \quad (3)$$

比較(2)與(3)式所導出的比例，可得到解出光束的等效質量

$$\frac{E}{Mc^2} = \frac{m}{M}$$

整理一下，我們即可得到光束的質量 m 與其能量 E 的關係式

$$E = mc^2$$

因為光束具有能量，所以也就帶有質量了。上面的推導，僅僅說明了對光而言，這樣的關係式是成立的。但由於光與物質有交互作用，當物體放出光時，喪失了一些能量，是否也意味著，已經失去了一點點的質量呢？事實上，這正是愛因斯坦在原始論文中，所推導出重大的結論。

$E = mc^2$ ，這個連結能量與質量的公式，之所以廣為普羅大眾所熟知，與它很容易印在衣服、包包、筆記本上，不無關係。更何況，這是難得不含奇怪的物理量，而且可以朗朗上口的式子，如此出名，也是實至名歸。但是，我們不要輕易忽略其背後的意涵——打破了兩個基本物理量的藩籬，說明能量與質量乃是一體的兩面



除了科學上的躍進，質能轉換的可能性，亦大大改寫了人類近代的文明。此公式指出一點點的質量，可以轉化為龐大的能量。舉例來說，一公斤的質量，可以轉化為大約250億度電。如果你對這巨大的數字沒有概念的話，可以換個角度想，用一顆花生米的質量，即可供應台北市一天的用電量。十分驚人，不是嗎？

所幸將質量轉化成能量的過程，並不容易發生，所以我們開開心心吃花生米的同時，不必擔心突然被燒成灰燼。即便如此，人類終究克服了技術上的困難，汲取質能互換而來的巨大能量。但除了諸多和平的用途外，人類也製造出數量龐大的核子武器，用於屠殺敵人與彼此恐嚇。愛因斯坦或許是無辜的，但當我們震懾在科學的美麗時，也要記得善待我們的同類——各色人種、自然界的萬物，乃至整個可愛的地球。

【註一】摘錄自郭兆林、周念縈（譯）(2009)。Walter Isaacson 著。愛因斯坦：他的人生，他的宇宙。台北市：時報文化。P.148